


卷 2 2025 年天津市初中学业水平考试

1. **B** 解析 $(-21) \div (-7) = 21 \div 7 = 3$, 故选 B.

2. **D** 解析 该立体图形的主视图为 , 故选 D.

3. **C** 解析 $\because \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}, \therefore 2 < \sqrt{6} < 3, \therefore 3 < 1 + \sqrt{6} < 4$, 故选 C.

4. **B** 解析 A、C、D 选项的汉字均不能找到这样的一条直线, 使汉字沿该直线对折后直线两旁的部分能够完全重合, 所以不是轴对称图形; B 选项的汉字能找到这样的一条直线, 使汉字沿该直线对折后直线两旁的部分能够完全重合, 所以是轴对称图形. 故选 B.

5. **B** 解析 $31\,492\,000 = 3.1492 \times 10^7$. 故选 B.

上分总结

科学记数法

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相等. 当原数绝对值大于或等于 10 时, n 是正整数; 当原数绝对值小于 1 时, n 是负整数.

6. **A** 解析 $\tan 45^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ = 1 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$, 故选 A.

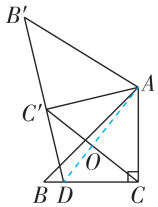
7. **D** 解析 \because 点 $A(-3, y_1), B(1, y_2), C(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{9}{x}$ 的图象上, $\therefore y_1 = -\frac{9}{-3} = 3, y_2 = -\frac{9}{1} = -9, y_3 = -\frac{9}{3} = -3, \therefore y_2 < y_3 < y_1$, 故选 D.

8. **A** 解析 依题意得 $240x = 150(x + 12)$. 故选 A.

9. **A** 解析 $\frac{2}{a^2-1} + \frac{1}{a+1} = \frac{2}{(a+1)(a-1)} + \frac{a-1}{(a+1)(a-1)} = \frac{1}{a-1}$, 故选 A.

10. **D** 解析 由作图过程可知, $\angle CBN = \angle BAC$. $\because CD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\therefore \angle ACD = \angle BCD$. $\because \angle CAD + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ, \angle CBM + \angle BCM + \angle BMC = 180^\circ, \therefore \angle ADC = \angle BMC, \therefore \angle BDM = \angle BMD, \therefore BM = BD$, 故 D 选项一定正确. 故选 D.

11. **D** 解析 如图, 连接 AD , 交 CC' 于点 O . 由旋转得 $AC = AC' = 4, \angle AC'B' = \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle AC'D = 90^\circ$. 在 $\text{Rt} \triangle AC'D$ 和 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中, $\begin{cases} AD = AD, \\ AC' = AC, \end{cases} \therefore \text{Rt} \triangle AC'D \cong \text{Rt} \triangle ACD (\text{HL}), \therefore C'D = CD = 3, \therefore AD$ 垂直平分 CC' , $\therefore CC' = 2OC$. $\because \angle ACB = 90^\circ, AC = 4, CD = 3, \therefore AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = 5. \therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AC = \frac{1}{2} AD \cdot OC$,



$\therefore OC = \frac{CD \cdot AC}{AD} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}, \therefore CC' = 2 \times \frac{12}{5} = \frac{24}{5}$. 故选 D.

12. **C** 解析

序号	理由	结论
①	根据题意得, 点 M 在 AB 上的运动时间为 $\frac{8}{2} = 4$ (s), 点 M 在 AD 上的运动时间为 $\frac{10}{2} = 5$ (s), \therefore 当 $t = 6$ 时, 点 M 在 AD 上, 此时 $AM = 2 \times 6 - 8 = 4$ (cm), $CN = 1 \times 6 = 6$ (cm), $\therefore DM = AD - AM = 6$ cm, $\therefore CN = DM$	正确
②	当 $1 \leq t \leq 2$ 时, 点 M 在 AB 上, 此时 $BM = 2t$ cm, $CN = t$ cm, $\therefore BN = (16 - t)$ cm, $\therefore S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2} BM \times BN = \frac{1}{2} \times 2t(16 - t) = -t^2 + 16t = -(t - 8)^2 + 64. \because -1 < 0, \therefore$ 当 $t < 8$ 时, $S_{\triangle BMN}$ 随 t 的增大而增大, \therefore 当 $t = 2$ 时, $S_{\triangle BMN}$ 取得最大值, 最大值为 $-(2 - 8)^2 + 64 = 28$, 即当 $1 \leq t \leq 2$ 时, $\triangle BMN$ 的最大面积为 28 cm^2	错误
③	当点 M 在 AB 上时, $S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2} BM \times BN = \frac{1}{2} \times 2t(16 - t) = -t^2 + 16t = 39$, 解得 $t_1 = 3, t_2 = 13$ (舍去), \therefore 当 $t = 3$ 时, $\triangle BMN$ 的面积为 39 cm^2 . 当点 M 在 AD 上时, $\because AD \parallel BC, \angle B = 90^\circ, \therefore S_{\triangle BMN} = \frac{1}{2} AB \times BN = \frac{1}{2} \times 8(16 - t) = 64 - 4t = 39$, 解得 $t = \frac{25}{4}, \therefore$ 当 $t = \frac{25}{4}$ 时, $\triangle BMN$ 的面积为 39 cm^2 . 故 t 有两个不同的值满足 $\triangle BMN$ 的面积为 39 cm^2	正确

13. $\frac{6}{13}$ 解析 由题意可得, 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是绿球的概率是 $\frac{6}{13}$, 故答案为 $\frac{6}{13}$.

14. $-3x$ 解析 $3x - x - 5x = -3x$. 故答案为 $-3x$.

15. 60 解析 $(\sqrt{61} + 1)(\sqrt{61} - 1) = (\sqrt{61})^2 - 1^2 = 61 - 1 = 60$, 故答案为 60.

16. 2 (答案不唯一) 解析 由题知, 将直线 $y = 3x - 1$ 向上平移 m 个单位长度后, 所得直线的函数解析式为 $y = 3x - 1 + m$, 则平移后的直线与 y 轴的交点坐标为 $(0, m - 1)$. 又因为平移后的直线经过第三、第二、第一象限, 所以 $m - 1 > 0$,

解得 $m > 1$, 所以 m 的值可以是 2. 故答案为 2 (答案不唯一).

上分点拨

一次函数图象平移规律

上加下减常数项, 左加右减自变量.

17. (I) $\sqrt{5}$ (II) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ 解析 (I) $\because EC = 2BE, BC = 3, \therefore BE =$

$1, EC = 2, \therefore AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$, 故答案为 $\sqrt{5}$.

(II) 如图, 过点 M 作 $MH \perp EF$ 于 H .

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore \angle B =$

$\angle C = 90^\circ, AB = CD = 2. \therefore F$ 为 CD 的

中点, $\therefore CF = DF = 1, \therefore BE = CF = 1$.

$\because AB = EC = 2, \therefore \triangle ABE \cong \triangle ECF$ (SAS), $\therefore AE = EF = \sqrt{5}$,

$\angle BAE = \angle CEF, \therefore \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ = \angle CEF + \angle AEB$,

$\therefore \angle AEF = 90^\circ, \therefore \angle EAF = \angle AFE = 45^\circ, AF = \sqrt{2}EF = \sqrt{10}$.

$\because M$ 为 AF 的中点, $\therefore MF = \frac{\sqrt{10}}{2}. \therefore MH \perp EF, \therefore \angle MFH =$

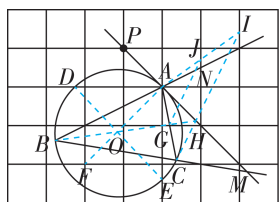
$\angle FMH = 45^\circ, \therefore MH = HF = \frac{\sqrt{5}}{2}. \therefore \angle FMN = 75^\circ,$

$\therefore \angle NMH = 30^\circ, \therefore MN = \frac{MH}{\cos \angle NMH} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$, 故答案

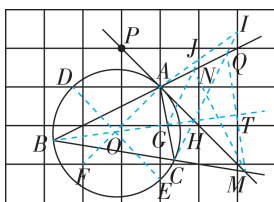
为 $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

18. (I) $\sqrt{2}$ 解析 由勾股定理可知 $PA = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, 故答案为 $\sqrt{2}$.

(II) 如图(1), 直线 PA 与射线 BC 的交点为 M ; 取圆与网格线的交点 D 和 E , 连接 DE ; 取格点 F , 连接 AF , 与 DE 相交于点 O ; 连接 BO 并延长, 与 AC 相交于点 G , 与直线 PA 相交于点 H ; 连接 CH 并延长, 与网格线相交于点 I , 连接 AI , 与网格线相交于点 J ; 连接 GJ , 与线段 BA 的延长线相交于点 N , 则点 M, N 即为所求



图(1)



图(2)

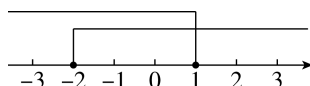
解析 在图(1)基础上, 设 BA 的延长线与 CI 的交点为 Q , 如图(2). $\because \angle DAE = 90^\circ, \therefore DE$ 为圆的直径. $\because AF$ 为正方形的对角线, $\therefore \angle DAF = \angle EAF = 45^\circ, \therefore AF$ 垂直平分 DE , \therefore 点 O 为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心. 又 $\because AB = BC, \therefore BG \perp AC$, \therefore 点 G 为线段 AC 的中点, $\angle ABG = \angle CBG$. 由网格可知点 J 为线段 AI 的中点, $\therefore GJ$ 为 $\triangle ACI$ 的中位线, $\therefore GJ \parallel CI$, \therefore 点 N 为线段 AQ 的中点, $\therefore AQ = 2AN. \because AB = BC, BH =$

$BH, \angle ABH = \angle CBH, \therefore \triangle ABH \cong \triangle CBH$ (SAS), $\therefore AH = CH, \angle BAH = \angle BCH, \therefore \angle QAH = \angle MCH$. 又 $\because \angle AHQ = \angle CHM, \therefore \triangle AHQ \cong \triangle CHM$ (ASA), $\therefore AQ = CM$, 即 $CM = 2AN$. 连接 MN, QM , 延长 BH 交 QM 于点 $T. \because AB = BC, AQ = CM, \therefore BQ = BM. \therefore \angle QBH = \angle MBH, \therefore BT \perp QM. \because AM$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore \angle OAH = 90^\circ, \therefore \angle OAB + \angle QAM = 90^\circ. \because OA = OB, \therefore \angle OBA = \angle OAB$, 即 $\angle QAM + \angle OBA = 90^\circ. \therefore \angle OBA + \angle AQM = 90^\circ, \therefore \angle QAM = \angle AQM, \therefore AM = QM, \therefore MN \perp AQ, \therefore$ 点 M, N 即为所求.

19. 【解】(I) 解不等式①, 得 $x \leq 1$. 故答案为 $x \leq 1$. (2分)

(II) 解不等式②, 得 $x \geq -2$. 故答案为 $x \geq -2$. (4分)

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:



(6分)

(IV) 原不等式组的解集为 $-2 \leq x \leq 1$. 故答案为 $-2 \leq x \leq 1$.

(8分)

上分技巧

求不等式组的解集口诀

同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到.

20. 【解】(I) 由题意可知, $a = 6 \div 15\% = 40$,

$\therefore m\% = \frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$, 即 $m = 25$,

统计的这组学生每月参加志愿服务的时间数据的众数是

4 h, 中位数是 $\frac{3+3}{2} = 3$ (h),

故答案为 40, 25, 4 h, 3 h. (4分)

(II) $\bar{x} = \frac{1 \times 5 + 2 \times 6 + 3 \times 10 + 4 \times 14 + 5 \times 5}{5 + 6 + 10 + 14 + 5} = 3.2$ (h),

\therefore 这组数据的平均数是 3.2 h. (6分)

(III) \because 在所抽取的样本中, 每月参加志愿服务的时间是 4 h 的学生占 35%,

\therefore 根据样本数据, 估计该校 1 000 名学生中, 每月参加志愿服务的时间是 4 h 的学生约占 35%, 有 $1\,000 \times 35\% = 350$ (人),

\therefore 估计该校学生每月参加志愿服务的时间是 4 h 的人数约为 350 人. (8分)

21. 【解】(I) 如图(1), 连接 OC .

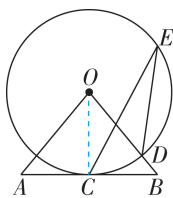
$\because AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 $C, \therefore OC \perp AB$.

又 $\because OA = OB, \therefore OC$ 平分 $\angle AOB$, 即 $\angle COB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

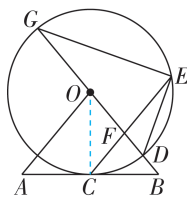
$\because \angle AOB = 80^\circ, \therefore \angle COB = 40^\circ$.

在 $\odot O$ 中, $\angle CED = \frac{1}{2} \angle COD$,

$\therefore \angle CED = 20^\circ$. (4分)



图(1)



图(2)

(II) 如图(2), 连接 OC .

由(1)得 $\angle CED = 20^\circ$.

$\because EC \parallel OA, \therefore \angle EFG = \angle AOB = 80^\circ$.

$\because \angle EFG$ 为 $\triangle DEF$ 的一个外角,

$\therefore \angle EDF = \angle EFG - \angle FED = 60^\circ$.

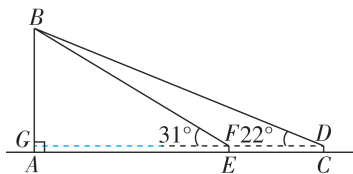
根据题意, DG 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle GED = 90^\circ$.

又 $\because \odot O$ 的半径为 3, $\therefore DG = 6$.

在 $Rt\triangle GED$ 中, $\cos \angle EDG = \frac{ED}{DG}, \sin \angle EDG = \frac{EG}{DG}$,

$\therefore ED = 6 \cos 60^\circ = 3, EG = 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$. (10分)

22. 【解】如图, 连接并延长 DF 与 AB 相交于点 G .



根据题意得, $DG \parallel CA, \angle GDB = 22^\circ, \angle GFB = 31^\circ, \angle DGB = 90^\circ, AG = EF = CD = 1.7, DF = CE = 32$.

在 $Rt\triangle FGB$ 中, $\tan \angle GFB = \frac{GB}{GF}, \therefore GF = \frac{GB}{\tan 31^\circ}$.

在 $Rt\triangle DGB$ 中, $\tan \angle GDB = \frac{GB}{GD}, \therefore GD = \frac{GB}{\tan 22^\circ}$.

$\because GF + DF = GD, \therefore \frac{GB}{\tan 31^\circ} + 32 = \frac{GB}{\tan 22^\circ}$,

$\therefore GB = \frac{32 \times \tan 22^\circ \times \tan 31^\circ}{\tan 31^\circ - \tan 22^\circ} \approx \frac{32 \times 0.4 \times 0.6}{0.6 - 0.4} = 38.4$,

$\therefore AB = AG + GB = 1.7 + 38.4 \approx 40$.

答: 世纪钟建筑 AB 的高度约为 40 m. (10分)

23. 【解】(I) ① 小华在最初的 6 min 内的速度为 $0.6 \div 6 = 0.1$ (km/min),

当 $x = 1$ 时, $y = 0.1 \times 1 = 0.1$.

当 $x = 18$ 时, $y = 0.6$. 当 $x = 50$ 时, $y = 1.8$. 故答案为 0.1, 0.6, 1.8. (从左到右) (3分)

② 小华从公园返回家的速度为 $1.8 \div 15 = 0.12$ (km/min). 故答案为 0.12. (4分)

③ $y = \begin{cases} 0.1x & (0 \leq x \leq 6), \\ 0.6 & (6 < x \leq 18), \\ 0.1x - 1.2 & (18 < x \leq 30). \end{cases}$ (8分)

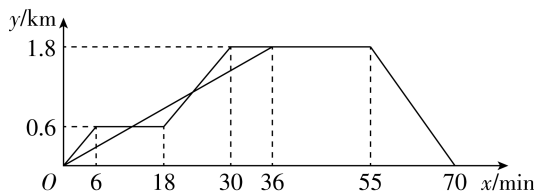
当 $0 \leq x \leq 6$ 时, $y = 0.1x$; 当 $6 < x \leq 18$ 时, $y = 0.6$;

当 $18 < x \leq 30$ 时, 小华的速度为 $(1.8 - 0.6) \div 12 = 0.1$ (km/min), 则 $y = 0.6 + 0.1(x - 18) = 0.1x - 1.2$, \therefore 当 $0 \leq x \leq 30$ 时, 小华离家的距离 y 关于时间 x 的函数解析

$$\text{式为 } y = \begin{cases} 0.1x & (0 \leq x \leq 6), \\ 0.6 & (6 < x \leq 18), \\ 0.1x - 1.2 & (18 < x \leq 30). \end{cases}$$

(II) $12 < x < 24$. (10分)

小华的妈妈从家到公园所用时间为 $1.8 \div 0.05 = 36$ (min), 则小华的妈妈离家的距离 y_2 与 x 之间的函数图象如图所示:



y_2 与 x 之间的函数关系式为 $y_2 = 0.05x$ ($0 \leq x \leq 36$).

当 $6 \leq x \leq 18$, 且 $y_1 = y_2$ 时, 得 $0.05x = 0.6$, 解得 $x = 12$;

当 $18 < x \leq 30$, 且 $y_1 = y_2$ 时, 得 $0.1x - 1.2 = 0.05x$, 解得 $x = 24$.

由图象可知, 当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围为 $12 < x < 24$.

24. 【解】(I) 如图(1), 作

$FK \perp OE$ 于点 K , 作 $CH \perp$

AB 于点 H .

$\because \triangle OEF, \triangle ABC$ 均为等边三角形,

$\therefore OK = \frac{1}{2} OE, OF = OE$,

$AH = \frac{1}{2} AB, AC = AB$.

$\therefore A(0, 2), B(0, -1), E(-\sqrt{3}, 0)$,

$\therefore OF = OE = \sqrt{3}, AC = AB = 2 + 1 = 3, OA = 2$,

$\therefore OK = \frac{\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{3}{2}, \therefore FK = \sqrt{OF^2 - OK^2} = \frac{3}{2}, OH = OA -$

$AH = \frac{1}{2}, CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right), C\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

故答案为 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$. (2分)

(II) ① 由平移的性质得, $\angle F'E'O' = \angle OEF = 60^\circ, O'E' = OE = \sqrt{3}$.

$\therefore OO' = t, \therefore OE' = O'E' - OO' = \sqrt{3} - t$,

$\therefore OG = OE' \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}(\sqrt{3} - t) = 3 - \sqrt{3}t$,

$\therefore AG = OA - OG = 2 - 3 + \sqrt{3}t = \sqrt{3}t - 1 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} < t < \sqrt{3}\right)$. (8分)

当点 F' 落在 y 轴上时, 点 O 为 $O'E'$ 的中点, 则 $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$; 当

点 E' 与点 O 重合时, $t = \sqrt{3}$, 此时点 F' 恰好在边 AC 上, 点 O' 为 CB 与 x 轴的交点,

∴ 当 $\triangle E'O'F'$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分为四边形 $OO'F'G$ 时,

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < t < \sqrt{3}.$$

$$\textcircled{2} \frac{9\sqrt{3}}{16} \leq S \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

(10 分)

当 $\frac{3\sqrt{3}}{4} \leq t < \sqrt{3}$ 时, 重叠的部分为

四边形 $OO'F'G$, 如图 (2), 作 $F'M \perp x$ 轴于点 M .

由 (1) 和 (II) ① 可知, $F'M = \frac{3}{2}$,

$$OG = 3 - \sqrt{3}t, OE' = \sqrt{3} - t,$$

$$\therefore S = S_{\triangle O'EF'} - S_{\triangle OEG} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3} - t) (3 -$$

$$\sqrt{3}t) = -\frac{\sqrt{3}}{2}(t - \sqrt{3})^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4},$$

∴ 当 $t = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ 时, S 的值最小, 为 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3}\right)^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4} =$

$$\frac{21\sqrt{3}}{32}.$$

设 BC 交 x 轴于点 N , 则 $ON = OB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} = O'E'$,

∴ 当 $t = \sqrt{3}$ 时, 点 E' 与点 O 重合, 点 O' 与点 N 重合, 重叠的部分恰为 $\triangle O'E'F'$, 如图 (3),

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

当 $\sqrt{3} < t \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 时, S 随着 t 的增

大而减小,

∴ 当 $t = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 时, S 有最小值, 连接 CO' , 此时 $CO' \perp x$ 轴, 如图

(4), 作 $F'F'' \parallel x$ 轴交 AC 于点 F'' , 易得点 F'' 为当 $t = \sqrt{3}$ 时, F' 的位置, 设 $E'F'$ 交 AC 于点 T , $O'F'$ 交 BC 于点 Q , BC 交 x 轴于 N ,

此时重叠部分为五边形 $TE'N'QP$, $O'N = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\therefore \angle CNO' = \angle BNO = 90^\circ - \angle ABC = 30^\circ, \angle E'O'F' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle NQO' = 90^\circ, \therefore O'Q = \frac{1}{2}O'N = \frac{\sqrt{3}}{4}, QN = \sqrt{3}O'Q = \frac{3}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle O'NQ} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{32}.$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ, \angle CQP = \angle NQO' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F'PT = \angle CPQ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle F'TP = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ = \angle F'TF'',$$

由平移可得 $F'F'' = NO' = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

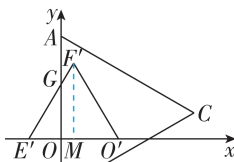


图 (2)

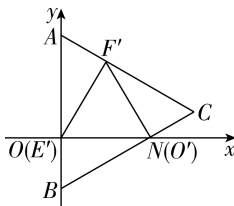


图 (3)

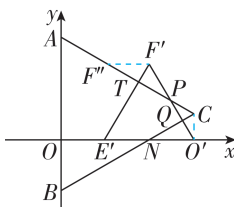


图 (4)

$$\therefore F'F'' \parallel x \text{ 轴}, \therefore \angle F'F''T = \angle O'E'F' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle F'F''T = 30^\circ = \angle F'PT, \therefore F'P = F'F'' = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{易得 } S_{\triangle F'PT} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{32},$$

$$\therefore S = S_{\triangle O'E'F'} - S_{\triangle O'NQ} - S_{\triangle F'PT} = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{32} - \frac{3\sqrt{3}}{32} = \frac{9\sqrt{3}}{16}.$$

$$\therefore \frac{9\sqrt{3}}{16} < \frac{21\sqrt{3}}{32}, \therefore S \text{ 的取值范围为 } \frac{9\sqrt{3}}{16} \leq S \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

25. 【解】(1) $\because a = -1, b = 2, c = 3,$

∴ 该抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

∴ 该抛物线顶点 P 的坐标为 $(1, 4)$.

(2 分)

(II) ① \because 点 $A(-1, 0)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上,

$$\therefore 0 = a - b + c, \text{ 即 } c = b - a > 0.$$

又 $\because a = -2$, 点 $C(0, c)$,

$$\therefore OC = c = b + 2, AO = 1,$$

∴ 抛物线解析式为 $y = -2x^2 + bx + b + 2$,

如图 (1), 易知点 D 在第四象

限, 过点 D 作 $DH \perp x$ 轴于点 H ,

$$\therefore \angle AHD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HAD + \angle ADH = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAO + \angle HAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADH = \angle CAO.$$

又 $\because AD = AC, \angle AHD = \angle AOC =$

$$90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADH \cong \triangle CAO (\text{AAS}),$$

$$\therefore DH = AO = 1, AH = OC = b + 2.$$

$$\therefore OH = AH - AO, \therefore OH = b + 2 - 1 = b + 1,$$

∴ 点 D 的坐标为 $(b+1, -1)$.

∵ 点 D 在抛物线 $y = -2x^2 + bx + b + 2$ 上,

$$\therefore -1 = -2(b+1)^2 + b(b+1) + b + 2,$$

$$\text{整理得 } b^2 + 2b - 1 = 0, \text{ 解得 } b_1 = -1 + \sqrt{2}, b_2 = -1 - \sqrt{2}.$$

$$\because b > 0, \therefore b_2 = -1 - \sqrt{2} \text{ 不合题意, 舍去, } \therefore b = -1 + \sqrt{2},$$

∴ 点 D 的坐标为 $(\sqrt{2}, -1)$.

(6 分)

② 由题意得 $c > 0, m > 1$.

在 x 轴上点 A 的左侧取点

G , 使 $GA = AC$, 连接 GC , 如图

(2), $\therefore \angle ACG = \angle CGA$, 得

$$\angle CAB = 2 \angle CGA.$$

$$\therefore \angle CAB = 2 \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CGA,$$

$$\therefore CG = CB, \therefore GO = OB.$$

在 $\text{Rt} \triangle AOC$ 中, 根据勾股定理得, $AC^2 = AO^2 + OC^2$,

$$\therefore AC = \sqrt{1+c^2}, \therefore GA = \sqrt{1+c^2},$$

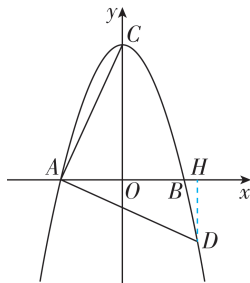


图 (1)

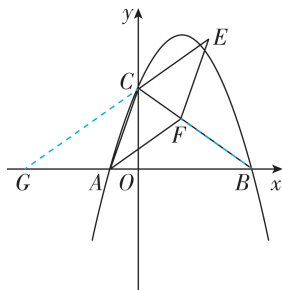


图 (2)

$$\therefore GO = GA + AO = \sqrt{1+c^2} + 1.$$

$$\text{又} \because \text{点 } B(m, 0), \therefore OB = m,$$

$$\therefore \sqrt{1+c^2} + 1 = m, \text{即 } c^2 = m^2 - 2m.$$

根据题意,点 A 和点 B 关于直线 l 对称,点 F 在直线 l 上,连接 BF ,则 $AF = BF$.

$$\text{又} \because \square ACEF \text{ 中}, AF = CE, \therefore CE = BF,$$

$$\therefore CE + CF = BF + CF \geq BC,$$

\therefore 当点 F 在线段 BC 上时, $CE + CF$ 取得最小值 $2\sqrt{6}$, 即 $BC = 2\sqrt{6}$.

$$\text{在 Rt}\triangle OBC \text{ 中}, OB^2 + OC^2 = BC^2, \therefore m^2 + c^2 = 24.$$

$$\text{将 } c^2 = m^2 - 2m \text{ 代入,得 } m^2 + (m^2 - 2m) = 24,$$

$$\text{解得 } m_1 = 4, m_2 = -3 (\text{舍}),$$

$$\therefore c = 2\sqrt{2}, \therefore \text{点 } B(4, 0), C(0, 2\sqrt{2}),$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x + 2\sqrt{2}.$$

$$\text{设点 } F \text{ 的横坐标为 } x_0, \text{则 } 4 - x_0 = x_0 - (-1),$$

$$\text{解得 } x_0 = \frac{3}{2}, \therefore \text{易得点 } F \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{4}\right).$$

\therefore 线段 CE 可以看作是由线段 AF 经过平移得到的,

\therefore 点 E 可以看作是点 F 向右平移 1 个单位,再向上平移 $2\sqrt{2}$ 个单位得到的,

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为 } \left(\frac{5}{2}, \frac{13\sqrt{2}}{4}\right). \quad (10 \text{ 分})$$